Arithmetischer und geometrischer Progress

Buch Seite 162

Basis	Logarithmen Exponenten	Mantissen Potenzen	Basis	Logarithmen Exponenten	Mantissen Potenzen	Basis	Logarithmen Exponenten	Mantissen Potenzen	Basis	Logarithmen Exponenten	Mantissen Potenzen	Basis	Logarithmen Exponenten	Mantissen Potenzen	Basis	Logarithmen Exponenten	Mantissen Potenzen
1.0001	500	1.05126847	10	0.02171364	1.05126847	1.1	0.52457671	1.05126847	1.01	5.02470731	1.05126847	1.001	50.02249477	1.05126847	1.00001	4999.77501512	1.05126847
1.0001	1000	1.10516539	10	0.04342728	1.10516539	1.1	1.04915341	1.10516539	1.01	10.04941462	1.10516539	1.001	100.04498953	1.10516539	1.00001	9999.55003025	1.10516539
1.0001	1500	1.16182553	10	0.06514092	1.16182553	1.1	1.57373012	1.16182553	1.01	15.07412193	1.16182553	1.001	150.06748430	1.16182553	1.00001	14999.32504537	1.16182553
1.0001	2000	1.22139055	10	0.08685455	1.22139055	1.1	2.09830682	1.22139055	1.01	20.09882924	1.22139055	1.001	200.08997906	1.22139055	1.00001	19999.10006050	1.22139054
1.0001	2500	1.28400937	10	0.10856819	1.28400937	1.1	2.62288353	1.28400937	1.01	25.12353655	1.28400937	1.001	250.11247383	1.28400937	1.00001	24998.87507562	1.28400937
1.0001	3000	1.34983856	10	0.13028183	1.34983856	1.1	3.14746024	1.34983856	1.01	30.14824386	1.34983856	1.001	300.13496859	1.34983856	1.00001	29998.65009074	1.34983856
1.0001	3500	1.41904272	10	0.15199547	1.41904272	1.1	3.67203694	1.41904272	1.01	35.17295117	1.41904272	1.001	350.15746336	1.41904272	1.00001	34998.42510587	1.41904272
1.0001	4000	1.49179486	10	0.17370911	1.49179486	1.1	4.19661365	1.49179486	1.01	40.19765848	1.49179486	1.001	400.17995813	1.49179486	1.00001	39998.20012099	1.49179486
1.0001	4500	1.56827690	10	0.19542275	1.56827690	1.1	4.72119035	1.56827690	1.01	45.22236578	1.56827690	1.001	450.20245289	1.56827690	1.00001	44997.97513612	1.56827690
1.0001	5000	1.64868006	10	0.21713638	1.64868006	1.1	5.24576706	1.64868006	1.01	50.24707309	1.64868006	1.001	500.22494766	1.64868006	1.00001	49997.75015124	1.64868006
1.0001	5500	1.73320536	10	0.23885002	1.73320536	1.1	5.77034377	1.73320536	1.01	55.27178040	1.73320536	1.001	550.24744242	1.73320536	1.00001	54997.52516637	1.73320536
1.0001	6000	1.82206414	10	0.26056366	1.82206414	1.1	6.29492047	1.82206414	1.01	60.29648771	1.82206414	1.001	600.26993719	1.82206414	1.00001	59997.30018149	1.82206414
1.0001	6500	1.91547858	10	0.28227730	1.91547858	1.1	6.81949718	1.91547858	1.01	65.32119502	1.91547858	1.001	650.29243195	1.91547858	1.00001	64997.07519661	1.91547858
1.0001	7000	2.01368223	10	0.30399094	2.01368223	1.1	7.34407388	2.01368223	1.01	70.34590233	2.01368223	1.001	700.31492672	2.01368223	1.00001	69996.85021174	2.01368223
1.0001	7500	2.11692064	10	0.32570458	2.11692064	1.1	7.86865059	2.11692064	1.01	75.37060964	2.11692064	1.001	750.33742149	2.11692064	1.00001	74996.62522686	2.11692064
1.0001	8000	2.22545191	10	0.34741821	2.22545191	1.1	8.39322730	2.22545191	1.01	80.39531695	2.22545191	1.001	800.35991625	2.22545192	1.00001	79996.40024199	2.22545191
1.0001	8500	2.33954743	10	0.36913185	2.33954743	1.1	8.91780400	2.33954743	1.01	85.42002426	2.33954743	1.001	850.38241102	2.33954743	1.00001	84996.17525711	2.33954743
1.0001	9000	2.45949244	10	0.39084549	2.45949244	1.1	9.44238071	2.45949244	1.01	90.44473157	2.45949244	1.001	900.40490578	2.45949244	1.00001	89995.95027223	2.45949244
1.0001	9500	2.58558685	10	0.41255913	2.58558685	1.1	9.96695741	2.58558685	1.01	95.46943888	2.58558685	1.001	950.42740055	2.58558685	1.00001	94995.72528736	2.58558685
1.0001	10000	2.71814593	10	0.43427277	2.71814593	1.1	10.49153412	2.71814593	1.01	100.49414619	2.71814593	1.001	1'000.44989531	2.71814593	1.00001	99995.50030248	2.71814593
1.0001	10500	2.85750111	10	0.45598641	2.85750111	1.1	11.01611083	2.85750111	1.01	105.51885350	2.85750111	1.001	1'050.47239008	2.85750111	1.00001	104995.27531761	2.85750111
1.0001	11000	3.00400081	10	0.47770005	3.00400081	1.1	11.54068753	3.00400081	1.01	110.54356081	3.00400081	1.001	1'100.49488485	3.00400081	1.00001	109995.05033273	3.00400081
1.0001	11500	3.15801133	10	0.49941368	3.15801133	1.1	12.06526424	3.15801133	1.01	115.56826812	3.15801133	1.001	1'150.51737961	3.15801133	1.00001	114994.82534785	3.15801133
1.0001	12000	3.31991773	10	0.52112732	3.31991774	1.1	12.58984094	3.31991773	1.01	120.59297543	3.31991774	1.001	1'200.53987438	3.31991774	1.00001	119994.60036298	3.31991773
1.0001	12500	3.49012483	10	0.54284096	3.49012483	1.1	13.11441765	3.49012483	1.01	125.61768273	3.49012483	1.001	1'250.56236914	3.49012483	1.00001	124994.37537810	3.49012483
1.0001	13000	3.66905819	10	0.56455460	3.66905819	1.1	13.63899436	3.66905819	1.01	130.64239004	3.66905819	1.001	1'300.58486391	3.66905819	1.00001	129994.15039323	3.66905819
1.0001	13500	3.85716518	10	0.58626824	3.85716518	1.1	14.16357106	3.85716518	1.01	135.66709735	3.85716518	1.001	1'350.60735867	3.85716518	1.00001	134993.92540835	3.85716518
1.0001	14000	4.05491613	10	0.60798188	4.05491613	1.1	14.68814777	4.05491613	1.01	140.69180466	4.05491613	1.001	1'400.62985344	4.05491613	1.00001	139993.70042348	4.05491613
1.0001	14500	4.26280547	10	0.62969551	4.26280547	1.1	15.21272447	4.26280547	1.01	145.71651197	4.26280547	1.001	1'450.65234821	4.26280547	1.00001	144993.47543860	4.26280547
1.0001	15000	4.48135298	10	0.65140915	4.48135298	1.1	15.73730118	4.48135298	1.01	150.74121928	4.48135298	1.001	1'500.67484297	4.48135298	1.00001	149993.25045372	4.48135298
1.0001	15500	4.71110508	10	0.67312279	4.71110508	1.1	16.26187788	4.71110508	1.01	155.76592659	4.71110508	1.001	1'550.69733774	4.71110508	1.00001	154993.02546885	4.71110508
1.0001	16000	4.95263622	10	0.69483643	4.95263623	1.1	16.78645459	4.95263622	1.01	160.79063390	4.95263622	1.001	1'600.71983250	4.95263623	1.00001	159992.80048397	4.95263622
1.0001	16500	5.20655030	10	0.71655007	5.20655030	1.1	17.31103130	5.20655030	1.01	165.81534121	5.20655030	1.001	1'650.74232727	5.20655030	1.00001	164992.57549910	5.20655030
1.0001	17000	5.47348216	10	0.73826371	5.47348216	1.1	17.83560800	5.47348216	1.01	170.84004852	5.47348216	1.001	1'700.76482204	5.47348216	1.00001	169992.35051422	5.47348216
1.0001	17500	5.75409920	10	0.75997735	5.75409921	1.1	18.36018471	5.75409920	1.01	175.86475583	5.75409920	1.001	1'750.78731680	5.75409921	1.00001	174992.12552934	5.75409920
1.0001	18000	6.04910306	10	0.78169098	6.04910306	1.1	18.88476141	6.04910306	1.01	180.88946314	6.04910306	1.001	1'800.80981157	6.04910306	1.00001	179991.90054447	6.04910306
1.0001	18500	6.35923131	10	0.80340462	6.35923131	1.1	19.40933812	6.35923131	1.01	185.91417045	6.35923131	1.001	1'850.83230633	6.35923131	1.00001	184991.67555959	6.35923131
1.0001	19000	6.68525935	10	0.82511826	6.68525936	1.1	19.93391483	6.68525935	1.01	190.93887776	6.68525936	1.001	1'900.85480110	6.68525936	1.00001	189991.45057472	6.68525935
1.0001	19500	7.02800236	10	0.84683190	7.02800236	1.1	20.45849153	7.02800236	1.01	195.96358507	7.02800236	1.001	1'950.87729586	7.02800237	1.00001	194991.22558984	7.02800236
1.0001	20000	7.38831728	10	0.86854554	7.38831728	1.1	20.98306824	7.38831728	1.01	200.98829238	7.38831728	1.001	2'000.89979063	7.38831728	1.00001	199991.00060496	7.38831728
1.0001	20500	7.76710499	10	0.89025918	7.76710499	1.1	21.50764494	7.76710499	1.01	206.01299968	7.76710499	1.001	2'050.92228540	7.76710499	1.00001	204990.77562009	7.76710499
1.0001	21000	8.16531257	10	0.91197281	8.16531257	1.1	22.03222165	8.16531257	1.01	211.03770699	8.16531257	1.001	2'100.94478016	8.16531257	1.00001	209990.55063521	8.16531257

Jurist überprüft Bürgi


Aritmetische und Geometrische Progress
Tabulen / sambt gründlichem unterricht / wie solche nützlich in allerley Rechnungen zugebrauchen / und verstanden werden sol.
Die gantze Rote Zahl 230270022.
Die gantze Schwartze Zahl 1000000000.
Gedruckt / In der Alten Stadt Prag / bey Paul Sessen / der löblichen Universitet Buchdruckern / Im Jahr / 1620.

mit Taschenrechner, Computer und Excel

Jurist überprüft Bürgi mit Computer:

Nicht nur Genius – sondern auch Praktikus!

Jost Bürgi mass nicht nur die Zeit mit seiner Sekundenuhr genauer, sondern er nutzte sie auch besser. Er erfand Methoden, die ihn sehr gezielt voranbrachten. Ziemlich genau lässt sich dies an der Erfindung der Logarithmen aufzeigen, weil es hier einen völlig unabhängigen Co-Erfinder gab.

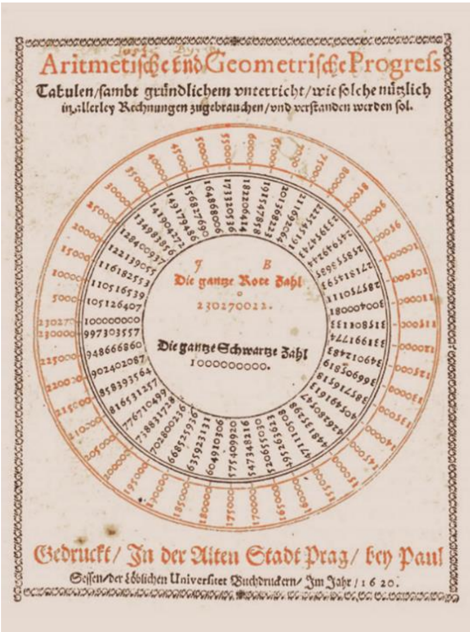
Dieser Baron von Merchiston, bürgerlich John Napier, verbrachte von 1592 bis 1617 die letzten 25 Jahre seines Lebens Tag und Nacht bis zur Erschöpfung mit der Erstellung seiner Logarithmen. Jost Bürgi wendete maximal zweieinhalb Jahre auf, um zum gleichen Ziel zu kommen: für die Erstellung der Tabellen zwischen 1602-1604 zwei Jahre, und für die Druckvorbereitung 1620 ein weiteres halbes Jahr. Auch der Bezug zum elektronischen Rechner ist nicht weit hergeholt.

Die Logarithmen waren mehr als drei Jahrhunderte in Form von Rechentabellen, Rechenschiebern und Rechenscheiben die direkten Vorläufer und für die Entwicklung der Moderne unverzichtbar.

Aber wie stand es um Bürgis Genauigkeit, wollte der Jurist Dr.S. wissen. Zu diesem Thema hatten Heinz Theo Lutstorf und Max Walther an der ETH 1992 mit einer erstaunlichen Aussage aufgewartet. «Die Resultate aus Jost Bürgis Progress Tabulen stehen in Bezug auf die Genauigkeit denjenigen der sie ablösenden elektronischen Rechner in keiner Weise nach». Trifft das auch heute noch zu, sagte sich der Jurist und machte sich an die Arbeit. Zur Verfügung standen ihm die erste Auflage der Biographie «Jost Bürgi, Kepler und der Kaiser» mit Faksimile-Drucken der Titelseite sowie der ersten und der letzte Seite der «Arithmetischen und Geometrischen Progress-Tabulen», ein Taschenrechner und ein PC mit Excel-Software. Der Volljurist möchte anonym bleiben, aber Bürgis Leistung sollte man schon beachten, meinte er. Deshalb erklärte sich Dr. S. auch zur Veröffentlichung dieser Korrespondenz bereit, die in diesem Zusammenhang in der letzten März-Woche 2019 ausgetauscht wurde. Als Experten habe ich Herrn Prof. emer. ETH Dr. Jörg Waldvogel miteinbezogen, der zu diesem Thema ausführlicher in der

Mathematik-Fachzeitschrift «Elemente» publiziert hat und der von mir auch in der Bürgi-Biographie, 1. Auflage auf der Seite 176 zitiert wird (in der 3. Auflage auf S. 180, 4. Auflage S. 211). Zwischen dem 19. März 2019 und dem 30. März 2019 wickelte sich, beginnend mit einem Mail an mich, folgender Dialog und Erkenntnisprozess ab. Er begann mit einem E-Mail von Dr.S. an mich am 19. März 2019 wie folgt:

1.) Dr. S. => Fritz Staudacher (FS): *«Ich habe das von Ihnen verfasste Buch über Jost Bürgi geschenkt bekommen. Ich bin immer noch am Lesen und finde Ihr Werk grossartig. Ich habe mir die Mühe genommen, die Berechnungen von Jost Bürgi nachzuvollziehen. Bei der Berechnung der Basis der Logarithmen (arithmetischer und geometrischer Progress) kam ich auf den Betrag von 1.00001, also (1 + 1/10^5) und nicht 1.0001.* ***Ich habe mit meiner Basis alle Werte in Ihrem Buch nachgerechnet mit Taschenrechner und Computer (Excel) und fand eine Übereinstimmung bis zu 5 Stellen.*** *Dies zu Ihrer Kenntnis.»* (erhalten am 19. März 2019, Kopie an Prof. Dr. Waldvogel)



2.) Prof. Dr. J. Waldvogel => Dr.S.: *«Ich denke nicht, dass Bürgi so vorgegangen ist. Bürgi hat sicher den einfachsten, effizientesten Algorithmus gebraucht. Man kann zwar auch mit Potenzen von 1.00001 und den zehnfachen Exponenten rechnen, hat damit aber viel mehr Arbeit. Da 1.00001^10 = 1.00010 00045 00120 00210 00252 ..., kommen die Abweichungen erst nach der 8. Dezimalstelle.»* (via FS 22. 3. 2019)

3.) Dr. S. => Prof. W.: *«Ich habe die Kritik ernst genommen und deshalb die Berechnungen geändert. Die Abweichungen entstanden durch den Umstand, dass Jost Bürgi die Logarithmen (Rote Zahlen) mit 10 multipliziert hat. Ich habe die Mantissen aus Ihrem Buch (schwarze Zahlen) mit dem reziproken Wert des Logarithmus (rote Zahlen) potenziert um die Basis zu erhalten. Ich habe nun zwei Tabellen erstellt.* <u>*Logitafel Bürgi 2*</u> *beinhaltet die Basis (1.0001), die Logarithmen (Exponenten) von 0 bis 400 (Bürgi 0 bis 4000, in 10er-Schritten) und die Mantissen (Potenzen). Die Berechnungen erfolgten mit Start Exponent 1, Mantisse von Logarithmus 2 war dann das 1.0001-fache, Mantisse von Log 3 das 1.0001-fache von Mantisse 2 etc. Bürgi hat sehr wahrscheinlich den gleichen Algorithmus verwendet.*

<u>Ringtafel Bürgi</u> beinhaltet die gleiche Basis (1.0001), die Logarithmen (Exponenten) (Rote Zahlen bei Bürgi) von 500 bis 23000 in Abständen von 500, dazu den Logarithmus 23027.0022 und schliesslich die Mantissen (Potenzen). Hier habe ich die Basis 1.0001 mit dem entsprechenden Logarithmus potenziert. ***Die Berechnungen stimmen nun mit denjenigen von Jost Bürgi bis auf 8 Stellen nach dem Komma überein.*** *Ich hoffe, dass diese Angaben auf Ihr Interesse stossen.»* (via FS 24.3.2019)

Arithmetischer und geometrischer Progress

Buch Seite 162

Basis	Logarithmen Exponenten	Mantissen Potenzen	Basis	Logarithmen Exponenten	Mantissen Potenzen	Basis	Logarithmen Exponenten	Mantissen Potenzen	Basis	Logarithmen Exponenten	Mantissen Potenzen	Basis	Logarithmen Exponenten	Mantissen Potenzen	Basis	Logarithmen Exponenten	Mantissen Potenzen
1.0001	500	1.05126847	10	0.02171364	1.05126847	1.1	0.52457671	1.05126847	1.01	5.02470731	1.05126847	1.001	50.02249477	1.05126847	1.00001	4999.77501512	1.05126847
1.0001	1000	1.10516539	10	0.04342728	1.10516539	1.1	1.04915341	1.10516539	1.01	10.04941462	1.10516539	1.001	100.04498953	1.10516539	1.00001	9999.55003025	1.10516539
1.0001	1500	1.16182553	10	0.06514092	1.16182553	1.1	1.57373012	1.16182553	1.01	15.07412193	1.16182553	1.001	150.06748430	1.16182553	1.00001	14999.32504537	1.16182553
1.0001	2000	1.22139055	10	0.08685455	1.22139055	1.1	2.09830682	1.22139055	1.01	20.09882924	1.22139055	1.001	200.08997906	1.22139055	1.00001	19999.10006050	1.22139054
1.0001	2500	1.28400937	10	0.10856819	1.28400937	1.1	2.62288353	1.28400937	1.01	25.12353655	1.28400937	1.001	250.11247383	1.28400937	1.00001	24998.87507562	1.28400937
1.0001	3000	1.34983856	10	0.13028183	1.34983856	1.1	3.14746024	1.34983856	1.01	30.14824386	1.34983856	1.001	300.13496859	1.34983856	1.00001	29998.65009074	1.34983856
1.0001	3500	1.41904272	10	0.15199547	1.41904272	1.1	3.67203694	1.41904272	1.01	35.17295117	1.41904272	1.001	350.15746336	1.41904272	1.00001	34998.42510587	1.41904272
1.0001	4000	1.49179486	10	0.17370911	1.49179486	1.1	4.19661365	1.49179486	1.01	40.19765848	1.49179486	1.001	400.17995813	1.49179486	1.00001	39998.20012099	1.49179486
1.0001	4500	1.56827690	10	0.19542275	1.56827690	1.1	4.72119035	1.56827690	1.01	45.22236578	1.56827690	1.001	450.20245289	1.56827690	1.00001	44997.97513612	1.56827690
1.0001	5000	1.64868006	10	0.21713638	1.64868006	1.1	5.24576706	1.64868006	1.01	50.24707309	1.64868006	1.001	500.22494766	1.64868006	1.00001	49997.75015124	1.64868006
1.0001	5500	1.73320536	10	0.23885002	1.73320536	1.1	5.77034377	1.73320536	1.01	55.27178040	1.73320536	1.001	550.24744242	1.73320536	1.00001	54997.52516637	1.73320536
1.0001	6000	1.82206414	10	0.26056366	1.82206414	1.1	6.29492047	1.82206414	1.01	60.29648771	1.82206414	1.001	600.26993719	1.82206414	1.00001	59997.30018149	1.82206414
1.0001	6500	1.91547858	10	0.28227730	1.91547858	1.1	6.81949718	1.91547858	1.01	65.32119502	1.91547858	1.001	650.29243195	1.91547858	1.00001	64997.07519661	1.91547858
1.0001	7000	2.01368223	10	0.30399094	2.01368223	1.1	7.34407388	2.01368223	1.01	70.34590233	2.01368223	1.001	700.31492672	2.01368223	1.00001	69996.85021174	2.01368223
1.0001	7500	2.11692064	10	0.32570458	2.11692064	1.1	7.86865059	2.11692064	1.01	75.37060964	2.11692064	1.001	750.33742149	2.11692064	1.00001	74996.62522686	2.11692064
1.0001	8000	2.22545191	10	0.34741821	2.22545191	1.1	8.39322730	2.22545191	1.01	80.39531695	2.22545191	1.001	800.35991625	2.22545192	1.00001	79996.40024199	2.22545191
1.0001	8500	2.33954743	10	0.36913185	2.33954743	1.1	8.91780400	2.33954743	1.01	85.42002426	2.33954743	1.001	850.38241102	2.33954743	1.00001	84996.17525711	2.33954743
1.0001	9000	2.45949244	10	0.39084549	2.45949244	1.1	9.44238071	2.45949244	1.01	90.44473157	2.45949244	1.001	900.40490578	2.45949244	1.00001	89995.95027223	2.45949244
1.0001	9500	2.58558685	10	0.41255913	2.58558685	1.1	9.96695741	2.58558685	1.01	95.46943888	2.58558685	1.001	950.42740055	2.58558685	1.00001	94995.72528736	2.58558685
1.0001	10000	2.71814593	10	0.43427277	2.71814593	1.1	10.49153412	2.71814593	1.01	100.49414619	2.71814593	1.001	1'000.44989531	2.71814593	1.00001	99995.50030248	2.71814593
1.0001	10500	2.85750111	10	0.45598641	2.85750111	1.1	11.01611083	2.85750111	1.01	105.51885350	2.85750111	1.001	1'050.47239008	2.85750111	1.00001	104995.27531761	2.85750111
1.0001	11000	3.00400081	10	0.47770005	3.00400081	1.1	11.54068753	3.00400081	1.01	110.54356081	3.00400081	1.001	1'100.49488485	3.00400081	1.00001	109995.05033273	3.00400081
1.0001	11500	3.15801133	10	0.49941368	3.15801133	1.1	12.06526424	3.15801133	1.01	115.56826812	3.15801133	1.001	1'150.51737961	3.15801133	1.00001	114994.82534785	3.15801133
1.0001	12000	3.31991773	10	0.52112732	3.31991774	1.1	12.58984094	3.31991773	1.01	120.59297543	3.31991774	1.001	1'200.53987438	3.31991774	1.00001	119994.60036298	3.31991773
1.0001	12500	3.49012483	10	0.54284096	3.49012483	1.1	13.11441765	3.49012483	1.01	125.61768273	3.49012483	1.001	1'250.56236914	3.49012483	1.00001	124994.37537810	3.49012483
1.0001	13000	3.66905819	10	0.56455460	3.66905819	1.1	13.63899436	3.66905819	1.01	130.64239004	3.66905819	1.001	1'300.58486391	3.66905819	1.00001	129994.15039323	3.66905819
1.0001	13500	3.85716518	10	0.58626824	3.85716518	1.1	14.16357106	3.85716518	1.01	135.66709735	3.85716518	1.001	1'350.60735867	3.85716518	1.00001	134993.92540835	3.85716518
1.0001	14000	4.05491613	10	0.60798188	4.05491613	1.1	14.68814777	4.05491613	1.01	140.69180466	4.05491613	1.001	1'400.62985344	4.05491613	1.00001	139993.70042348	4.05491613
1.0001	14500	4.26280547	10	0.62969551	4.26280547	1.1	15.21272447	4.26280547	1.01	145.71651197	4.26280547	1.001	1'450.65234821	4.26280547	1.00001	144993.47543860	4.26280547
1.0001	15000	4.48135298	10	0.65140915	4.48135298	1.1	15.73730118	4.48135298	1.01	150.74121928	4.48135298	1.001	1'500.67484297	4.48135298	1.00001	149993.25045372	4.48135298
1.0001	15500	4.71110508	10	0.67312279	4.71110508	1.1	16.26187788	4.71110508	1.01	155.76592659	4.71110508	1.001	1'550.69733774	4.71110508	1.00001	154993.02546885	4.71110508
1.0001	16000	4.95263622	10	0.69483643	4.95263623	1.1	16.78645459	4.95263622	1.01	160.79063390	4.95263622	1.001	1'600.71983250	4.95263623	1.00001	159992.80048397	4.95263622
1.0001	16500	5.20655030	10	0.71655007	5.20655030	1.1	17.31103130	5.20655030	1.01	165.81534121	5.20655030	1.001	1'650.74232727	5.20655030	1.00001	164992.57549910	5.20655030
1.0001	17000	5.47348216	10	0.73826371	5.47348216	1.1	17.83560800	5.47348216	1.01	170.84004852	5.47348216	1.001	1'700.76482204	5.47348216	1.00001	169992.35051422	5.47348216
1.0001	17500	5.75409920	10	0.75997735	5.75409921	1.1	18.36018471	5.75409920	1.01	175.86475583	5.75409920	1.001	1'750.78731680	5.75409921	1.00001	174992.12552934	5.75409920
1.0001	18000	6.04910306	10	0.78169098	6.04910306	1.1	18.88476141	6.04910306	1.01	180.88946314	6.04910306	1.001	1'800.80981157	6.04910306	1.00001	179991.90054447	6.04910306
1.0001	18500	6.35923131	10	0.80340462	6.35923131	1.1	19.40933812	6.35923131	1.01	185.91417045	6.35923131	1.001	1'850.83230633	6.35923131	1.00001	184991.67555959	6.35923131
1.0001	19000	6.68525935	10	0.82511826	6.68525936	1.1	19.93391483	6.68525935	1.01	190.93887776	6.68525936	1.001	1'900.85480110	6.68525936	1.00001	189991.45057472	6.68525935
1.0001	19500	7.02800236	10	0.84683190	7.02800236	1.1	20.45849153	7.02800236	1.01	195.96358507	7.02800236	1.001	1'950.87729586	7.02800237	1.00001	194991.22558984	7.02800236
1.0001	20000	7.38831728	10	0.86854554	7.38831728	1.1	20.98306824	7.38831728	1.01	200.98829238	7.38831728	1.001	2'000.89979063	7.38831728	1.00001	199991.00060496	7.38831728
1.0001	20500	7.76710499	10	0.89025918	7.76710499	1.1	21.50764494	7.76710499	1.01	206.01299968	7.76710499	1.001	2'050.92228540	7.76710499	1.00001	204990.77562009	7.76710499
1.0001	21000	8.16531257	10	0.91197281	8.16531257	1.1	22.03222165	8.16531257	1.01	211.03770699	8.16531257	1.001	2'100.94478016	8.16531257	1.00001	209990.55063521	8.16531257
1.0001	21500	8.58393564	10	0.93368645	8.58393564	1.1	22.55679836	8.58393564	1.01	216.06241430	8.58393564	1.001	2'150.96727493	8.58393564	1.00001	214990.32565034	8.58393564
1.0001	22000	9.02402087	10	0.95540009	9.02402087	1.1	23.08137506	9.02402087	1.01	221.08712161	9.02402087	1.001	2'200.98976969	9.02402087	1.00001	219990.10066546	9.02402087
1.0001	22500	9.48666860	10	0.97711373	9.48666860	1.1	23.60595177	9.48666860	1.01	226.11182892	9.48666860	1.001	2'251.01226446	9.48666860	1.00001	224989.87568058	9.48666860
1.0001	23000	9.97303557	10	0.99882737	9.97303557	1.1	24.13052847	9.97303557	1.01	231.13653623	9.97303557	1.001	2'301.03475922	9.97303557	1.00001	229989.65069571	9.97303557
1.0001	23027.0022	10.00000000	10	1.00000000	10.00000000	1.1	24.15885792	10.00000000	1.01	231.40789254	10.00000000	1.001	2'303.73619404	10.00000000	1.00001	230259.66054554	10.00000000

4.) Prof. W. => Dr.S.: «*Mit den Aussagen bin ich nun sehr einverstanden. Warum hat wohl Bürgi die 10-fachen Exponenten als "Rote Zahlen" definiert? Meine Vermutung (habe ich wohl auch in meinem ersten Artikel erwähnt): Bürgi hat häufig (oder fast immer) auf 1 Dezimalstelle interpoliert, so ging dies für gute Kopfrechner fast automatisch. In der Tabelle Bürgi.xlsx am Schluss eine kleine Ergänzung: 23027 9.9999 9780 und dazu 23027.0022 10.0000 0000.»* (via FS 25.3.2019)

5.) Prof. W. => Dr.S.: *Hierzu noch einige Gedanken. Bürgi betrachtet ja die Potenzen*
(1+e)^(n+1) = 1 + (n+1)*e + (n+1)*n/2 * e^2 + (n+1)*n*(n-1)/6*e^3 + ...
mit e=0.0001 in der Genauigkeit e^2 = 10^(-8). Wir betrachten die Frage, wann Störungen durch den e^3-Term sichtbar werden. Dies beginnt, wenn
(n^3 - n)/6 * e^3 = e^2 / 2 ;   daraus folgt   n^3 - n = 30000 .
Die Gleichung lösen wir durch Iteration: n_0 = 0; n_(k+1) = (30000 + n_k)^(1/3); es folgt schon im dritten Schritt n = 31.08305275.
In der Tat zeigt sich hier Jost Bürgis erster (praktisch völlig unbedeutender) Rundungsfehler:

n	1.0001^(n+1)	Bürgi	Dr. S.
31	1.0032 0496 4964	0496	0496
32	1.0033 0528 5460	0528	0529
33	1.0034 0561 5989	0562	0562

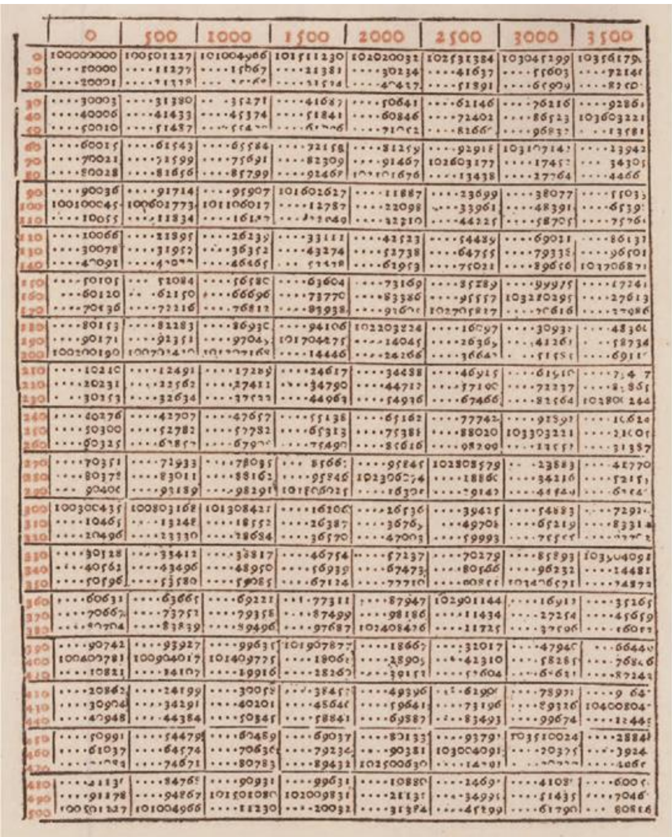
Bei 1.0001^(32+1) hätte Bürgi auf 1.0033 0529 aufrunden sollen. Eine entsprechende Unterlassung in England, nämlich kein Brexit trotz 52% der Stimmen dafür, hätte den Briten viel Ärger erspart.» (via FS 25.3.2019 - 2)

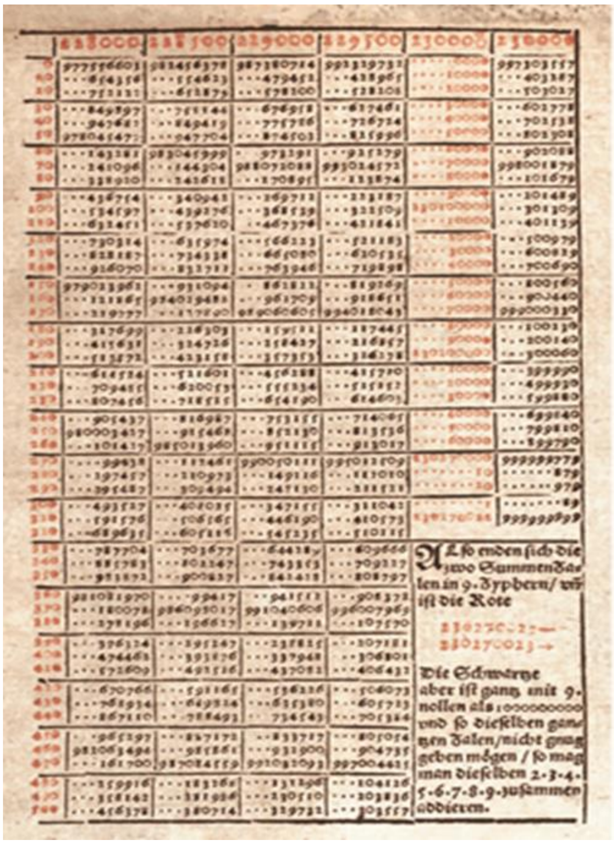
6.) FS => Dr.S.: «*Gratulation und vielen Dank. Ich habe wie es heute gebräuchlich ist, nach Ihrer Antwort gegoogelt, um zu sehen, welcher Physiker oder sonstige Naturwissenschaftler diesen Fragen so gekonnt auf den Grund geht - und sehe zu meiner Überraschung ein weder - noch. Nein, er ist Jurist! Die Herren Bürgi und Dr.S. bringen einen immer wieder zum Staunen! Was hat Sie zu Bürgi und der Mathematik gebracht?»* (25.3.2019)

7.) Dr.S. => FS: *«Ich war schon immer mathematik-affin. Eigentlich wollte ich nach der Matura Physik oder Mathematik studieren, gab aber dem Familienrat nach und studierte Jura. Meine Begeisterung für Mathematik blieb erhalten. In der Freizeit beschäftigte ich mich als Autodidakt immer wieder mit dieser Wissenschaft. Meine drei Kinder waren sehr gute Gymnasiasten. Ich offerierte Ihnen je zwei Studiengänge, falls der eine Studiengang ein Mathematikstudium beinhalten würde. Von diesem Angebot machte aber lediglich der jüngere Sohn Gebrauch. Ich möchte Sie bitten, diese Mitteilungen vertraulich (anonym) zu behandeln, ohne Erwähnung meines Namens. Ich hasse Popularität!*» (27.3.2019)

8.) SF => Dr.S.: *«CHAPEAU und Respekt. Ich werde Ihren Wunsch nach Anonymität natürlich berücksichtigen. Sollten Sie doch nach Lichtensteig kommen, so würde ich mich freuen, wenn Sie die Anonymität für einen kurzen Handshake fallen lassen könnten.»* (27. 3.2019)

9.) Dr.S. => FS => Prof. W.: «*Noch ein Nachtrag zu Jost Bürgi. Jost Bürgi wollte mit seinen Logarithmentafeln gewiss nicht die Mathematik revolutionieren. Er wollte als astronomischer Beobachter mit den erhaltenen Winkeln Sinusse berechnen und suchte ein Verfahren, Multiplikation und Division durch Addition und Subtraktion, Potenzieren und Wurzelziehen durch Multiplikation und Division zu ersetzen. Dazu musste er eine geeignete Basis finden. Ich habe nun die Logarithmen von Jost Bürgi zur Basis 1.0001 umgerechnet für die Basen 10 , 1.1 , 1.01 , 1.001 , 1.00001 und e (Eulerzahl = Basis der natürlichen Logarithmen). Die Resultate können Sie den beiden Tabellen Ringtafel Bürgi und Ringtafel Bürgi 2 entnehmen. Bürgi benötigte für die Exponenten natürliche Zahlen, damit er seinen Algorithmus anwenden konnte. Er konnte deshalb die Basis 10 oder e nicht verwenden. Mit der Basis 1.0001 hatte er z.B. 500 aufsteigende natürliche Exponenten, mit der Basis 1.1 lediglich zwei angenäherte Exponenten, mit der Basis 1.01 nur 5 angenäherte Exponenten, mit der Basis 1.001 etwa 50 Exponenten. Dies war viel zu grobmaschig und ungenau.*





Logarithmen nach Jost Bürgi

Erste Tabellenseite (Buch Seite 175)

Basis	Logarithmen	Mantissen
1,0001	0	1,00000000
1,0001	1	1,00010000
1,0001	2	1,00020001
1,0001	3	1,00030003
1,0001	4	1,00040006
1,0001	5	1,00050010
1,0001	6	1,00060015
1,0001	7	1,00070021
1,0001	8	1,00080028
1,0001	9	1,00090036
1,0001	10	1,00100045
1,0001	11	1,00110055
1,0001	12	1,00120066
1,0001	13	1,00130078
1,0001	14	1,00140091
1,0001	15	1,00150105
1,0001	16	1,00160120
1,0001	17	1,00170136
1,0001	18	1,00180153
1,0001	19	1,00190171
1,0001	20	1,00200190
1,0001	21	1,00210210
1,0001	22	1,00220231
1,0001	23	1,00230253
1,0001	24	1,00240276
1,0001	25	1,00250300
1,0001	26	1,00260325
1,0001	27	1,00270351
1,0001	28	1,00280378
1,0001	29	1,00290406
1,0001	30	1,00300435
1,0001	31	1,00310465
1,0001	32	1,00320496
1,0001	33	1,00330529
1,0001	34	1,00340562
1,0001	35	1,00350596
1,0001	36	1,00360631
1,0001	37	1,00370667
1,0001	38	1,00380704
1,0001	39	1,00390742
1,0001	40	1,00400781
1,0001	41	1,00410821
1,0001	42	1,00420862
1,0001	43	1,00430904
1,0001	44	1,00440947
1,0001	45	1,00450991
1,0001	46	1,00461037
1,0001	47	1,00471083
1,0001	48	1,00481130
1,0001	49	1,00491178
1,0001	50	1,00501227
1,0001	51	1,00511277
1,0001	52	1,00521328
1,0001	53	1,00531380
1,0001	54	1,00541433
1,0001	55	1,00551488
1,0001	56	1,00561543
1,0001	57	1,00571599
1,0001	58	1,00581656
1,0001	59	1,00591714
1,0001	60	1,00601773
1,0001	61	1,00611834
1,0001	62	1,00621895
1,0001	63	1,00631957
1,0001	64	1,00642020
1,0001	65	1,00652084
1,0001	66	1,00662150
1,0001	67	1,00672216
1,0001	68	1,00682283
1,0001	69	1,00692351
1,0001	70	1,00702420
1,0001	71	1,00712491
1,0001	72	1,00722562
1,0001	73	1,00732634
1,0001	74	1,00742707
1,0001	75	1,00752782
1,0001	76	1,00762857
1,0001	77	1,00772933
1,0001	78	1,00783011
1,0001	79	1,00793089
1,0001	80	1,00803168
1,0001	81	1,00813249
1,0001	82	1,00823330
1,0001	83	1,00833412
1,0001	84	1,00843496
1,0001	85	1,00853580
1,0001	86	1,00863665
1,0001	87	1,00873752
1,0001	88	1,00883839
1,0001	89	1,00893927
1,0001	90	1,00904017
1,0001	91	1,00914107
1,0001	92	1,00924199
1,0001	93	1,00934291
1,0001	94	1,00944384
1,0001	95	1,00954479
1,0001	96	1,00964574
1,0001	97	1,00974671
1,0001	98	1,00984768
1,0001	99	1,00994867
1,0001	100	1,01004966
1,0001	101	1,01015067
1,0001	102	1,01025168
1,0001	103	1,01035271
1,0001	104	1,01045374
1,0001	105	1,01055479
1,0001	106	1,01065584
1,0001	107	1,01075691
1,0001	108	1,01085798
1,0001	109	1,01095907
1,0001	110	1,01106017
1,0001	111	1,01116127
1,0001	112	1,01126239
1,0001	113	1,01136351
1,0001	114	1,01146465
1,0001	115	1,01156580
1,0001	116	1,01166695
1,0001	117	1,01176812
1,0001	118	1,01186930
1,0001	119	1,01197048
1,0001	120	1,01207168
1,0001	121	1,01217289
1,0001	122	1,01227411
1,0001	123	1,01237533
1,0001	124	1,01247657
1,0001	125	1,01257782
1,0001	126	1,01267908
1,0001	127	1,01278034
1,0001	128	1,01288162
1,0001	129	1,01298291
1,0001	130	1,01308421
1,0001	131	1,01318552
1,0001	132	1,01328684
1,0001	133	1,01338816
1,0001	134	1,01348950
1,0001	135	1,01359085
1,0001	136	1,01369221
1,0001	137	1,01379358
1,0001	138	1,01389496
1,0001	139	1,01399635
1,0001	140	1,01409775
1,0001	141	1,01419916
1,0001	142	1,01430058
1,0001	143	1,01440201
1,0001	144	1,01450345
1,0001	145	1,01460490
1,0001	146	1,01470636
1,0001	147	1,01480783
1,0001	148	1,01490931
1,0001	149	1,01501080
1,0001	150	1,01511230
1,0001	151	1,01521381
1,0001	152	1,01531534
1,0001	153	1,01541687
1,0001	154	1,01551841
1,0001	155	1,01561996
1,0001	156	1,01572152
1,0001	157	1,01582310
1,0001	158	1,01592468
1,0001	159	1,01602627
1,0001	160	1,01612787
1,0001	161	1,01622949
1,0001	162	1,01633111
1,0001	163	1,01643274
1,0001	164	1,01653438
1,0001	165	1,01663604
1,0001	166	1,01673770
1,0001	167	1,01683938
1,0001	168	1,01694106
1,0001	169	1,01704275
1,0001	170	1,01714446
1,0001	171	1,01724617
1,0001	172	1,01734790
1,0001	173	1,01744963
1,0001	174	1,01755138
1,0001	175	1,01765313
1,0001	176	1,01775490

1,0001	177	1,01785667	1,0001	207	1,02091467	1,0001	237	1,02398186
1,0001	178	1,01795846	1,0001	208	1,02101677	1,0001	238	1,02408426
1,0001	179	1,01806025	1,0001	209	1,02111887	1,0001	239	1,02418667
1,0001	180	1,01816206	1,0001	210	1,02122098	1,0001	240	1,02428909
1,0001	181	1,01826388	1,0001	211	1,02132310	1,0001	241	1,02439152
1,0001	182	1,01836570	1,0001	212	1,02142523	1,0001	242	1,02449396
1,0001	183	1,01846754	1,0001	213	1,02152738	1,0001	243	1,02459641
1,0001	184	1,01856939	1,0001	214	1,02162953	1,0001	244	1,02469887
1,0001	185	1,01867124	1,0001	215	1,02173169	1,0001	245	1,02480134
1,0001	186	1,01877311	1,0001	216	1,02183387	1,0001	246	1,02490382
1,0001	187	1,01887499	1,0001	217	1,02193605	1,0001	247	1,02500631
1,0001	188	1,01897687	1,0001	218	1,02203824	1,0001	248	1,02510881
1,0001	189	1,01907877	1,0001	219	1,02214045	1,0001	249	1,02521132
1,0001	190	1,01918068	1,0001	220	1,02224266	1,0001	250	1,02531384
1,0001	191	1,01928260	1,0001	221	1,02234488	1,0001	251	1,02541637
1,0001	192	1,01938453	1,0001	222	1,02244712	1,0001	252	1,02551891
1,0001	193	1,01948647	1,0001	223	1,02254936	1,0001	253	1,02562146
1,0001	194	1,01958841	1,0001	224	1,02265162	1,0001	254	1,02572403
1,0001	195	1,01969037	1,0001	225	1,02275388	1,0001	255	1,02582660
1,0001	196	1,01979234	1,0001	226	1,02285616	1,0001	256	1,02592918
1,0001	197	1,01989432	1,0001	227	1,02295844	1,0001	257	1,02603177
1,0001	198	1,01999631	1,0001	228	1,02306074	1,0001	258	1,02613438
1,0001	199	1,02009831	1,0001	229	1,02316305	1,0001	259	1,02623699
1,0001	200	1,02020032	1,0001	230	1,02326536	1,0001	260	1,02633961
1,0001	201	1,02030234	1,0001	231	1,02336769	1,0001	261	1,02644225
1,0001	202	1,02040437	1,0001	232	1,02347003	1,0001	262	1,02654489
1,0001	203	1,02050641	1,0001	233	1,02357237	1,0001	263	1,02664755
1,0001	204	1,02060846	1,0001	234	1,02367473	1,0001	264	1,02675021
1,0001	205	1,02071052	1,0001	235	1,02377710	1,0001	265	1,02685289
1,0001	206	1,02081259	1,0001	236	1,02387948	1,0001	266	1,02695557

1,0001	297	1,03014391	1,0001	267	1,02705827	1,0001	357	1,03634305
1,0001	298	1,03024693	1,0001	268	1,02716097	1,0001	358	1,03644668
1,0001	299	1,03034995	1,0001	269	1,02726369	1,0001	359	1,03655033
1,0001	300	1,03045299	1,0001	270	1,02736642	1,0001	360	1,03665398
1,0001	301	1,03055603	1,0001	271	1,02746915	1,0001	361	1,03675765
1,0001	302	1,03065909	1,0001	272	1,02757190	1,0001	362	1,03686132
1,0001	303	1,03076216	1,0001	273	1,02767466	1,0001	363	1,03696501
1,0001	304	1,03086523	1,0001	274	1,02777742	1,0001	364	1,03706870
1,0001	305	1,03096832	1,0001	275	1,02788020	1,0001	365	1,03717241
1,0001	306	1,03107141	1,0001	276	1,02798299	1,0001	366	1,03727613
1,0001	307	1,03117452	1,0001	277	1,02808579	1,0001	367	1,03737986
1,0001	308	1,03127764	1,0001	278	1,02818860	1,0001	368	1,03748359
1,0001	309	1,03138077	1,0001	279	1,02829142	1,0001	369	1,03758734
1,0001	310	1,03148391	1,0001	280	1,02839424	1,0001	370	1,03769110
1,0001	311	1,03158705	1,0001	281	1,02849708	1,0001	371	1,03779487
1,0001	312	1,03169021	1,0001	282	1,02859993	1,0001	372	1,03789865
1,0001	313	1,03179338	1,0001	283	1,02870279	1,0001	373	1,03800244
1,0001	314	1,03189656	1,0001	284	1,02880566	1,0001	374	1,03810624
1,0001	315	1,03199975	1,0001	285	1,02890854	1,0001	375	1,03821005
1,0001	316	1,03210295	1,0001	286	1,02901144	1,0001	376	1,03831387
1,0001	317	1,03220616	1,0001	287	1,02911434	1,0001	377	1,03841770
1,0001	318	1,03230938	1,0001	288	1,02921725	1,0001	378	1,03852154
1,0001	319	1,03241261	1,0001	289	1,02932017	1,0001	379	1,03862540
1,0001	320	1,03251585	1,0001	290	1,02942310	1,0001	380	1,03872926
1,0001	321	1,03261910	1,0001	291	1,02952604	1,0001	381	1,03883313
1,0001	322	1,03272237	1,0001	292	1,02962900	1,0001	382	1,03893702
1,0001	323	1,03282564	1,0001	293	1,02973196	1,0001	383	1,03904091
1,0001	324	1,03292892	1,0001	294	1,02983493	1,0001	384	1,03914481
1,0001	325	1,03303221	1,0001	295	1,02993792	1,0001	385	1,03924873
1,0001	326	1,03313552	1,0001	296	1,03004091	1,0001	386	1,03935265

1,0001	387	1,03945659
1,0001	388	1,03956053
1,0001	389	1,03966449
1,0001	390	1,03976846
1,0001	391	1,03987243
1,0001	392	1,03997642
1,0001	393	1,04008042
1,0001	394	1,04018443
1,0001	395	1,04028844
1,0001	396	1,04039247
1,0001	397	1,04049651
1,0001	398	1,04060056
1,0001	399	1,04070462
1,0001	400	1,04080869

Es verblieben ihm also lediglich die Basen 1.0001 und 1.00001. Mit seiner gewählten Basis konnte er mit 23'027 Rechnungen seine Tabellen erstellen. Hätte er die Basis 1.00001 gewählt, hätte er 230'259 Rechenschritte benötigt, also 10 mal mehr. Er wäre dann zu seinen Lebzeiten vielleicht nicht fertig geworden. Bürgi war nicht nur ein Genie. Er war äusserst praktisch.

Für die Umrechnung der Basen gilt z.B.:
*1.0001^500 = 10^x , Logarithmieren der Gleichung ergibt: log(1.0001^500) zur Basis 1.0001 = log(10^x) zur Basis 1.0001, also 500*log(1.0001) zur Basis 1.0001 = x*log(10) zur Basis 1.0001, also 500 = x*log(10) zur Basis 1.0001, also x = 500 / log(10) zur Basis 1.0001.*
Die Berechnungen für die Nenner ergaben für die Basis 1.0001:
Log e = 10'000.4999916682
Log 10 = 23'027.0022
Log 1.1 = 953.14945234
Log 1.01 = 99.50828361
Log 1.001 = 9.99550307
Log 1.0001 = 1
Log 1.00001 = 0.1000044999
Die beiden Tabellen finden Sie im Anhang. Viel Vergnügen beim Lesen.» (30.3.2019)

10.) FS => Dr.S.: «*Da kann ich nur zustimmen. Dr.S. ist nicht nur praktisch. Er ist auch Jurist und ein Genie! Recht herzlichen Dank. Ich hatte bis zur Auffindung des Fundamentum Astronomiae einen Kritiker Bürgis als schwergewichtigen Meinungsbildner und Opinionleader, der davon überzeugt war, Bürgi sei ein hervorragender Praktiker, aber nie ein Genie. Ein Genie sei hingegen Napier, der eine Idee vom Logarithmus habe, was Bürgi klar fehle und der deshalb kein Erfinder der Logarithmenrechnung sei. Der französische Professor, der sich sehr grosse Verdienste damit erworben hat, alle Arten von Tabellen in einer internationalen Datenbank zusammen zu führen, hat dann die meisten seiner sehr systematischen Reports in ein anders Archiv verschoben. Er wurde für mich persönlich und die Einordnung des Stellenwertes Bürgis sehr, sehr wichtig, als er 27. März 2016 ein paar Tage vor dem Symposium zwei eine relativ kurze, von ihm "Notes" genannte Studien «Some remarks on Bürgi's interpolations» und «A note on the complexity of Bürgi's algorithm for the computation of sines» in einer Reihe von etwa fünf immer noch mit den alten Vorbehalten belasteten Studien schrieb. «Schon in den Jahren 1586/88 entwickelte Bürgi eine geniale Sammlung von Algorithmen und verfügte ganz offensichtlich über ein sehr tiefgreifendes Zahlenverständnis. Bürgis Nutzung von Differenzen für die Berechnung neuer Werte, und nicht alleine für die Überprüfung von Tabelleneintragungen, ist eine sehr moderne Lösung. Er antizipiert gut zweihundert (!) Jahre die Arbeiten Pronys und sogar Babbages (!); all dies ist sehr verdienstvoll und bewundernswert." Sogar die noch späteren Tafeln von Bauschinger und Peters zählen dazu. Reminiszenzen aus meiner Bürgi Erfahrung, für die ein Professor Dr. Jörg Waldvogel für den illiteratus FS ein unglaublich substantieller und motivierender akademischer Partner war, und dies als Genius und Praktikus gleichermassen.*» (30.3.2019)

Die 4. Auflage der Bürgi-Biographie unterscheidet sich fundamental von den ersten beiden Auflagen vor allem durch die Tatsache, dass ab der 3. Auflage der Kunstweg enthalten ist. Trotz nunmehr 285 Farbabbildungen und 320 Seiten Umfang ist der Preis gleich geblieben.

Der Biographien-Bestseller mit ausführlichem Mathematikteil besonders auch der Logarithmen. Einen Einblick geben die vier Musterseiten.

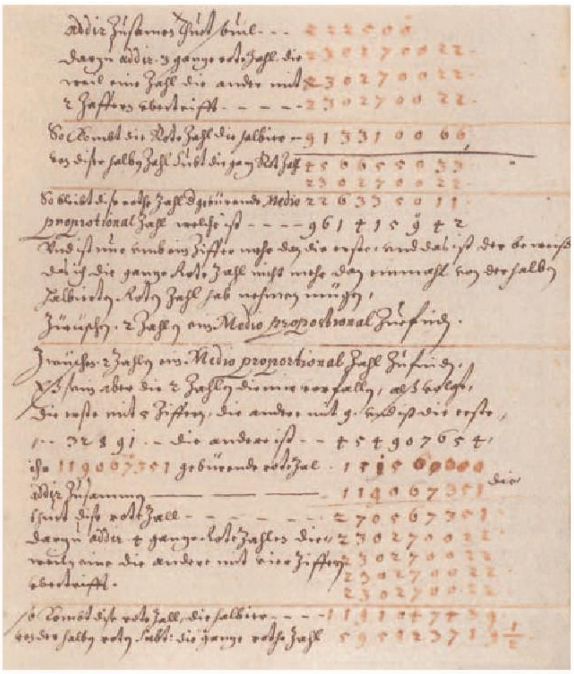
188/ **Jost Bürgi erstellt seine Logarithmen-Tabellen zwischen 1597 und 1601 innerhalb von rund zwei Jahren. Ab 1603 kann auch sein Freund Johannes Kepler damit arbeiten (Bürgi-Porträt aus Voellmys Schweizer Logarithmenbuch).**

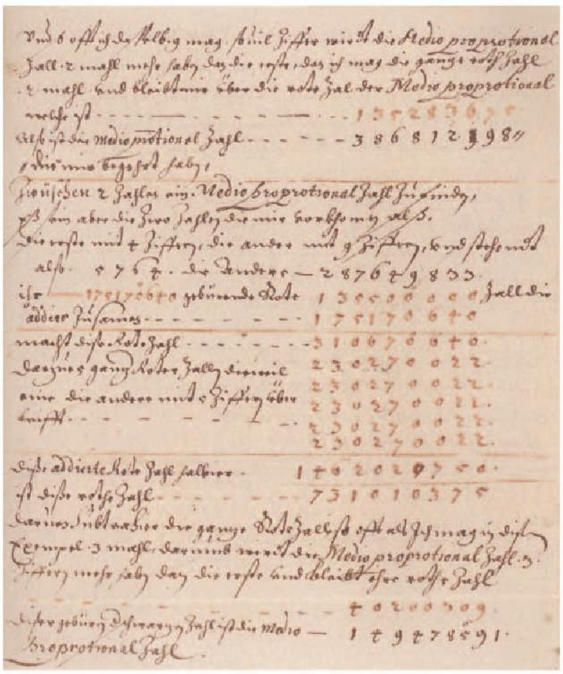
189/ **Zwei Seiten aus Bürgis *Unterricht* zu den *Aritmetischen* und *Geometrischen Progress Tabulen,* entnommen aus Kathleen Clarks Faksimileedierung des Grazer Exemplars.**

Jost Bürgis einzigartige Logarithmenrechnung

Mit seinen *Aritmetischen und Geometrischen Progress Tabulen* gelingt Jost Bürgi die Erstellung der ersten Logarithmentabellen. Mit 58 Tabellenseiten schafft er ein universell anwendbares Rechenmittel. Bürgis Methode ist – im Gegensatz zu Napiers Logarithmen (Seite 213) – nicht auf trigonometrische Funktionswerte beschränkt, sondern kann ebenfalls bequem für beliebige andere Aufgaben, wie beispielsweise die Zinseszinsberechnung, verwendet werden. Noch grundlegender und schneller als bei der Prosthaphärese werden über die Logarithmen Multiplikation und Division in Addition und Subtraktion verwandelt und durch Ablesung des Resultats aus einer Tabelle oder an einer Rechenschieber- oder Rechenscheibenskala gelöst.

Daran erläutert er die Möglichkeiten, die folgenden Rechnungen zu vereinfachen: Multiplikation, Division, «Regul Detri», Quadratwurzel, Kubikwurzel, vierte Wurzel, mittlere Proportionale, zwei mittlere Proportionalen. Es folgt – in dem den *Aritmetischen und Geometrischen Progress Tabulen* beiliegenden *Gründlichen Unterricht* – der theoretisch wichtige, für das Basisproblem ausschlaggebende Satz von Bürgi: «[...] und diesse Eigenschaft haben nicht allein die 2 obgesetzten Progressen miteinander, sondern alle, sie sein, wie sie wollen, wenn der Arithmetische mit 0 und der Geometrische von 1 anfanget, wie denn auch die folgenden Tabulen nichts anderes als 2 solcher Progressen sind.»[49]

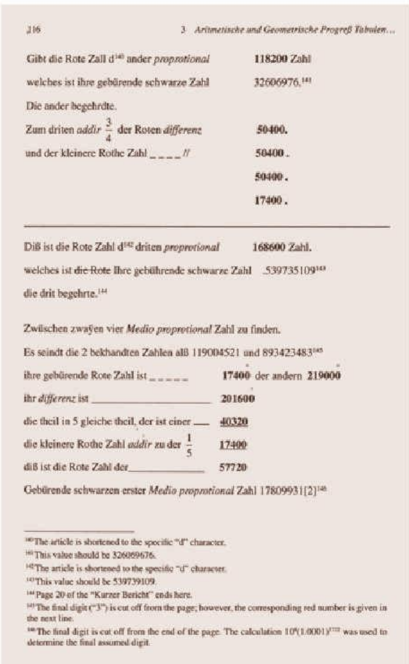




Mit Bürgis Tabellen kann erst seit 2016 (!) jedermann unbeschränkt arbeiten. Und das in Deutsch und auch in Englisch. Erst nach Druck einer Faksimileedition in Deutsch mit Transkription, Englischübersetzung und Kommentar wird es für jedermann möglich, Bürgis grossen Wurf selbst kennen zu lernen. Die amerikanische Professorin für Mathematik und Didaktik an der Florida State University, Kathleen M. Clark, entdeckt die aussergewöhnlichen Qualitäten von Bürgis *Progress Tabulen* für den englischen Sprachraum erstmals vor fünf Jahren, reproduziert das erst 1982 im Grazer Guldin-Archiv entdeckte Exemplar und den handschriftlichen *Gründlichen Unterricht* aus der Vorrede an den treuherzigen Leser und *Kurzem Bericht* (Rechenbeispiele) originalgetreu als Faksimile. Sie übersetzt alles ins Englische und erläutert in einem detaillierten Kommentar die Charakteristiken. Es ist das erste Mal, dass dieses gesamte Logarithmenwerk Jost Bürgis als Faksimile originalgetreu gedruckt vorliegt, und dies zusätzlich in englischer Sprache und mit englischem Kommentar.

Bürgis Ziel: fehlerfrei und genau. Durch die Eingrenzung der «ganzen roten Zahl» $N \log_{1.000.1}(10) = \log(10)/\log(1.0001) = 23027.0022032997\ldots$ erzielt Bürgi mit $23027.0022 < N < 23027.0023$ eine höchst erfolgreiche Sicherung von Fehlerfreiheit und Genauigkeit.[50] Praxisnah stimmt er auch die Relation von Tabellenintervallfeinheit und Rechengenauigkeit ab; er wählt sie so, dass bei einer linearen Interpolation mit vier Ziffern ein relativer Fehler von höchstens 1.25 Einheiten an der 8. Stelle entstehen kann. Die Genauigkeit der ganzen roten Zahl in Bürgis *Progress Tabulen* ist auch für den Nichtfach-

190/ **Jede Seite des *Unterrichts* liegt in K. Clarks Buch ausser dem Faksimile der Originalseite vor als buchstabengetreue Wiedergabe der Handschrift (links), der Transkription in heutiges Deutsch (Mitte) und in der Englischübersetzung.**



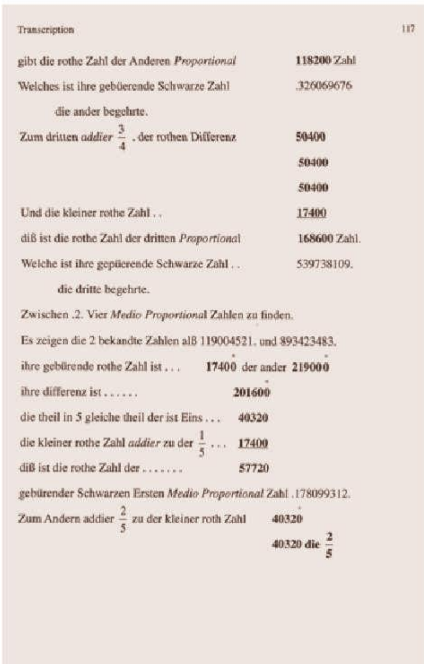
216 — 3 *Aritmetische und Geometrische Progreß Tabulen…*

Gibt die Rote Zall d[140] ander *proprotional* — **118200** Zahl
welches ist ihre gebürende schwarze Zahl — 32606976.[141]
Die ander begehrdte.
Zum driten *addir* $\frac{3}{4}$ der Roten *differenz* — **50400.**
und der kleinere Rothe Zahl _ _ _ _ // — **50400 .**
50400 .
17400 .

Diß ist die Rote Zahl d[142] driten *proprotional* — **168600** Zahl.
welches ist ~~die Rote~~ Ihre gebührende schwarze Zahl — .539735109[143]
die drit begehrte.[144]

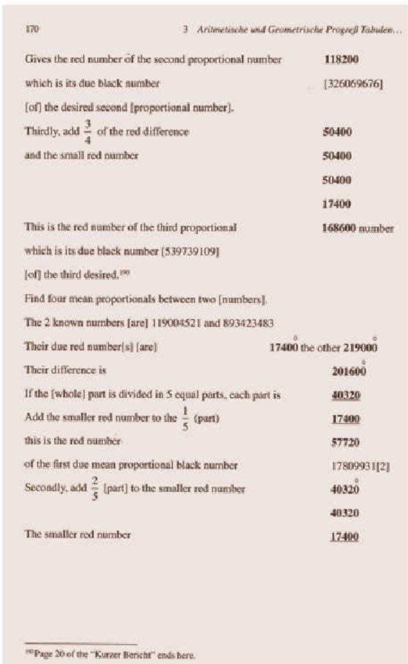
Zwischen zwa∫en vier *Medio proprotional* Zahl zu finden.
Es seindt die 2 bekhandten Zahlen alß 119004521 und 893423483[145]
ihre gebürende Rote Zahl ist _ _ _ _ _ — **17400** der andern **219000**
ihr *differenz* ist ____ — **201600**
die theil in 5 gleiche theil, der ist einer ___ — **40320**
die kleinere Rothe Zahl *addir* zu der $\frac{1}{5}$ — **17400**
diß ist die Rote Zahl der ____ — **57720**
Gebürende schwarzen erster *Medio proprotional* Zahl 17809931[2][146]

[140] The article is shortened to the specific "d" character.
[141] This value should be 326069676.
[142] The article is shortened to the specific "d" character.
[143] This value should be 539739109.
[144] Page 20 of the "Kurzer Bericht" ends here.
[145] The final digit ("3") is cut off from the page; however, the corresponding red number is given in the next line.
[146] The final digit is cut off from the end of the page. The calculation $10^{\wedge}(1.0001)^{5772}$ was used to determine the final assumed digit.



Transcription — 117

gibt die rothe Zahl der Anderen *Proportional* — **118200** Zahl
Welches ist ihre gebüerende Schwarze Zahl — .326069676
die ander begehrte.
Zum dritten *addier* $\frac{3}{4}$. der rothen Differenz — **50400**
50400
50400
Und die kleiner rothe Zahl . . — **17400**
diß ist die rothe Zahl der dritten *Proportional* — **168600** Zahl.
Welche ist ihre gepüerende Schwarze Zahl . . — 539738109.
die dritte begehrte.
Zwischen .2. Vier *Medio Proportional* Zahlen zu finden.
Es zeigen die 2 bekandte Zahlen alß 119004521. und 893423483.
ihre gebürende rothe Zahl ist . . . **17400** der ander **219000**
ihre differenz ist **201600**
die theil in 5 gleiche theil der ist Eins . . . **40320**
die kleiner rothe Zahl *addier* zu der $\frac{1}{5}$ . . . **17400**
diß ist die rothe Zahl der **57720**
gebürender Schwarzen Ersten *Medio Proportional* Zahl .178099312.
Zum Andern addier $\frac{2}{5}$ zu der kleiner roth Zahl **40320**
40320 die $\frac{2}{5}$



170 — 3 *Aritmetische und Geometrische Progreß Tabulen…*

Gives the red number of the second proportional number — **118200**
which is its due black number — [326069676]
[of] the desired second [proportional number].
Thirdly, add $\frac{3}{4}$ of the red difference — **50400**
and the small red number — **50400**
50400
17400
This is the red number of the third proportional — **168600** number
which is its due black number [539739109]
[of] the third desired.[190]
Find four mean proportionals between two [numbers].
The 2 known numbers [are] 119004521 and 893423483
Their due red number[s] [are] — **17400** the other **219000**
Their difference is — **201600**
If the [whole] part is divided in 5 equal parts, each part is — **40320**
Add the smaller red number to the $\frac{1}{5}$ (part) — **17400**
this is the red number — **57720**
of the first due mean proportional black number — 17809931[2]
Secondly, add $\frac{2}{5}$ [part] to the smaller red number — **40320**
40320
The smaller red number — **17400**

[190] Page 20 of the "Kurzer Bericht" ends here.

mann beeindruckend, «stehen die Resultate aus Jost Bürgis Tafeln in Bezug auf ihre Genauigkeit denjenigen der sie ablösenden elektronischen Rechner in keiner Weise nach» [51].

Vorgriff auf moderne Logarithmus- und Exponentialfunktionen. Zu Bürgis Zeiten ist der Logarithmus als Funktionsgrösse noch unbekannt. Erst über ein Jahrhundert später wird Jost Bürgis Landsmann Leonhard Euler (1707–1783) die eulersche Zahl $e = \exp(1) = 2.71828183$ als Basis der natürlichen Logarithmen definieren. Diesem Wert kommt Bürgi mit dem 10 000sten Tabelleneintrag von $1.0001^{10\,000} = 2.71814593$ mit einer Übereinstimmung von 99.99995 Prozent [52] schon damals sehr nahe. Jörg Waldvogel von der ETH Zürich weist darauf hin, dass Bürgi in seinen *Progress Tabulen* eine Exponentialfunktion (früher als Antilogarithmus bezeichnet) tabelliert.[53] Bürgi zeige sogar, wie man die Tabelle durch lineare Interpolation rückwärts liest (beispielsweise) $\log_b (3.6) = 12809.9789$, alle Ziffern korrekt [54]. Somit tabelliert Bürgi ohne Zweifel auch die Inverse seiner Exponentialfunktion (in moderner Sprache die Logarithmusfunktion zur Basis $b = 1.0001$).

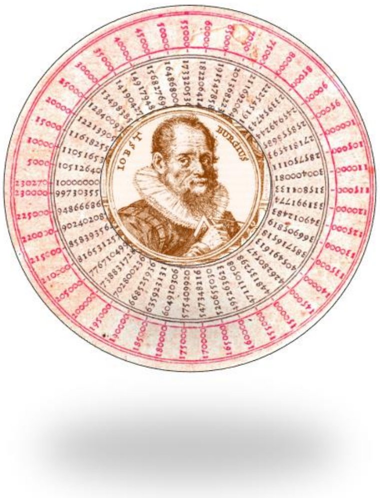
Jost Bürgi erwähnt bereits vor 1600 in seinem Manuskript der *Arithmetica Bürgii (Coss)* die Funktionsweise der arithmetischen und geometrischen Progressionen zur Multiplikation von zwei geometrischen Progressionszahlen (schwarz) durch Addition der entsprechenden arithmetischen Progressionszahlen (rot). Benjamin Bramer weist 1648 darauf hin, Bürgi habe seine Progresstabulen und Sinustafeln in einem gemeinsamen Werk veröffentlichen wollen. Er schreibt in seinem *Bericht zu Jobsten Burgi' seligen Geometrischen Triangular Instruments*: «anno 1609, als ich bey demselben [Bürgi] mich auffgehalten [...] weil er aber endlich willens gewesen, diesen Bericht gäntzlich verfertigen zu lassen, und denselben also auch seine schöne Progress Tabulen, und die Tabulas Sinuum; so er in Grad / minuten / und von 2. zu 2. secunden, mit unsäglicher arbeit calculieret, auff vieler anhalten in Truck kommen zu lassen willens gewesen.»[55] Bürgi-Biograf Rudolf Wolf ist 1872 der gleichen Meinung [56] und Ludwig Oechslin vertritt wie Voellmy die Auffassung, dass Jost Bürgi seinen immensen *Canon Sinuum* bereits unter Zuhilfenahme seiner Progresstabulen erstellt haben dürfte.[57] In diesem sehr plausiblen Fall wäre die Erstellung der bürgischen Logarithmentabellen – oder zumindest einer Vorversion davon – bereits vor dem Jahre 1588 anzusiedeln.[58] Entsprechend seinem *Fundamentum Astronomiae* lagen ihm die Algorithmen dazu vor.

Bürgis *Progress Tabulen*. John Napier (1550–1617) gilt mit seinen 1614 veröffentlichten *Mirifici logarithmorum canonis descriptio* als der Erfinder der Logarithmen, ebenso wie Jost Bürgi, dessen *Aritmetische und Geometrische Progress Tabulen* schon lange vor 1610 druckbereit vorliegen.[59] Diesen grossen zeitlichen Vorsprung bezeugen ausser Schwager Benjamin Bramer ebenfalls die beiden kaiserlichen Hofmathematiker Nicolaus Ursus Reimers und Johannes Kepler.[60]

Schon ab 1603 kann Kepler Bürgis *Progress Tabulen* (Logarithmentafeln) kennenlernen. Als bedeutend für seine Arbeit stuft er sie auf jeden Fall ein: Im Frontispiz-Bild gegenüber der Titelseite der *Tabulae Rudolphinae* illustrieren zwölf Dachfiguren die Wissenschaften und Künste, darunter die *Arithmetica Logarithmica* (Seiten 281, 282).[61] Für den Wissenschaftshistoriker und Herausgeber der Nachdrucke von Keplers Hauptwerken in deutscher Übersetzung Fritz Krafft «sind die von Jobst Bürgi in Kassel und Prag erarbeiteten Logarithmen unabdingbare Hilfe bei Keplers Rechnungen»[62]. Die gleiche Auffassung vertreten Ludwig Oechslin, Karsten Gaulke (Seite 276) und Hermann-Michael Hahn. Doch ist kein konkreter Hinweis bekannt, gemäss dem Kepler die Vorteile der Logarithmentafeln von Bürgi bei seinen Marsdatenberechnungen schon frühzeitig selbst genutzt hätte. Gemäss den meisten Quellen wartet Kepler sogar bis zum Jahr 1619, bis er sich offiziell der Logarithmenmethode annimmt, und zwar überraschenderweise derjenigen von John Napier und nicht derjenigen seines – einstigen (?) – Freundes Jost Bürgi, über den und über dessen Logarithmentabellen Kepler aufgrund eines Schweigegelübdes bis 1627 schweigt.

Erschwerter Logarithmenstart aufgrund von Fehlern und Fehlendem. Vergleicht man die beiden Erstausgaben in Bezug auf ihr Potenzial zur direkten Umsetzung in der Praxis, so erkennt man in beiden Fällen grosse Mängel:[63] Bürgis *Progress Tabulen* werden ohne erklärenden Text gedruckt, von dem es heute nur noch zwei handgeschriebene Fassungen gibt; die Tafeln selbst bedürfen jedoch lediglich kleiner Fehlerkorrekturen und funktionieren von Beginn an für sämtliche Anwendungsgebiete. Napiers «logistische» Hexagesimaltabellen mit Sinus-Logarithmen sind hingegen nur für Aufgaben der Trigonometrie geeignet. Ausserdem sind sie sehr unpraktisch gestaltet und haben selbst in der napierschen-briggsschen Fassung (1616) noch einen systematischen, sich fortpflanzenden Fehler. Briggs' Publikation der kleinen, nur 15-seitigen Dezimalsystem-Logarithmentabelle *Logarithmorum chilias prima* (1617) vermag daran nur wenig zu ändern. Zur Bedienung der Nachfrage erscheinen bereits 1619 die Logarithmentafeln des Londoner Mathematiklehrers John Speidell und kurz darauf die Tafeln des Rechenscheiben- und Rechenschieberpioniers Edmund Gunter, später auch noch die Tafeln des in London ausgebildeten Holländers Adriaen Vlacq. Im Jahre 1624 erscheint endlich, jedoch unter Auslassung der Logarithmenreihe von 20 001 bis 90 000, Briggs' Tafelwerk *Arithmetica Logarithmica* mit den 14-stelligen Logarithmen von 1 bis 20 000 und von 90 001 bis 100 000. Wie bereits die bürgischen *Progress Tabulen* ermöglichen sie es nun ebenfalls, auch andere als trigonometrische Rechenaufgaben zu lösen.*

* 1624 erscheinen auf dem Kontinent auch Keplers Tabellen, wobei die bürgischen Tabulen in Vergessenheit geraten und sich im deutschsprachigen Raum die briggsschen Tafeln vor allem deswegen durchsetzen, weil sie im Ulmer Baumeister Johannes Faulhaber einen Fachmann finden, dessen 1630 veröffentlichtes Werk *Ingenieursschul* die briggsschen Logarithmen populär macht. Niemand ahnt, dass daran auch Jost Bürgi «beteiligt» ist.



Professor Dr. Klaus Truemper, Dallas macht mit dieser Montage deutlich, dass Jost Bürgi auch der Impulsgeber für die Rechenscheibe ist. Sein Buch «The Construction of Mathematics – The Human Mind's Greatest Achievements" beleuchtet die Grössen der Mathematik, und da gehört Jost Bürgi dazu.

Vierhundert Jahre sind verstrichen, bis im Jahre 2016 erstmals Jost Bürgis Progress Tabulen komplett erscheinen. Ein Buch mit dem Zauber des Erst- und Einmaligen, und ausführlich kommentiert von der amerikaischen Mathematik-Didakterin Kathleen Clark.